

**LBRIS**

We know  
books

Felicia Săndulescu

# **Memorator de matematică**

pentru clasele V-VIII

 **Booklet**

Acest material este în conformitate cu programa pentru Evaluarea Națională pentru absolvenții clasei a VIII-a, **în anul școlar 2024-2025**, aprobată prin Ordinul ministrului educației nr. 4.730/2022.

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României  
SÂNDULESCU, FELICIA**

**Memorator de matematică pentru clasele V-VIII /**  
Felicia Săndulescu. - București : Booklet, 2024  
ISBN 978-630-347-013-9

51

Corectură științifică: Daniela Stoica, Daniela Ciofu  
Corectură: Dorina Lipan  
Copertă: Mihaela Cojoc  
Tehnoredactare: Carmen Dumitrescu



© Editura Booklet, 2024

Toate drepturile asupra lucrării aparțin editurii.

## Cuprins

### ALGEBRĂ

<b>1. Mulțimi</b> .....	9
1.1. Operații cu mulțimi .....	9
1.2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor; intersecția și reuniunea intervalelor .....	10
<b>2. Mulțimea numerelor naturale</b> .....	11
2.1. Scrierea și citirea numerelor naturale; reprezentarea pe axa numerelor; compararea și ordonarea numerelor naturale; aproximări, estimări .....	11
2.2. Adunarea numerelor naturale, proprietăți; Scăderea numerelor naturale .....	13
2.3. Înmulțirea numerelor naturale, proprietăți .....	13
2.4. Factor comun .....	14
2.5. Împărțirea cu rest a numerelor naturale .....	14
2.6. Puterea cu exponent natural a unui număr natural. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor .....	15
2.7. Scrierea în baza 10 (sistemul de numerație zecimal) .....	16
2.8. Scrierea în baza 2 .....	17
2.9. Ordinea efectuării operațiilor; utilizarea parantezelor: rotunde, pătrate și acolade .....	18
2.10. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor: metoda reducerii la unitate, metoda comparației, metoda figurativă, metoda mersului invers, metoda falsei ipoteze .....	18
<b>3. Divizibilitatea numerelor naturale</b> .....	22
3.1. Divizor; multiplu; divizori comuni; multipli comuni .....	22

3.2. Criterii de divizibilitate cu: 2, 5, 10 <sup>n</sup> , 3 și 9; numere prime; numere compuse.....	23
3.3. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime. Determinarea celui mai mare divizor comun (c.m.m.d.c.) și a celui mai mic multiplu comun (c.m.m.m.c.). Numere prime între ele.....	24
<b>4. Mulțimea numerelor întregi</b> .....	26
4.1. Adunarea numerelor întregi, proprietăți; scăderea numerelor întregi.....	27
4.2. Înmulțirea numerelor întregi, proprietăți.....	28
4.3. Împărțirea numerelor întregi când deîmpărțitul este multiplu al împărțitorului.....	28
4.4. Puterea cu exponent număr natural a unui număr întreg nenul; reguli de calcul cu puteri.....	29
<b>5. Mulțimea numerelor raționale</b> .....	29
5.1. Frații ordinare; fracții subunitare, echiunitare, supraunitare; procente; fracții echivalente (prin reprezentări).....	29
5.2. Compararea fracțiilor cu același numitor/numărător; reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare.....	31
5.3. Amplificarea și simplificarea fracțiilor; fracții ireductibile.....	31
5.4. Aducerea fracțiilor la un numitor comun; adunarea și scăderea fracțiilor.....	32
5.5. Înmulțirea fracțiilor, puteri; împărțirea fracțiilor.....	33
5.6. Frații/procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară.....	35
5.7. Frații zecimale.....	35
5.8. Aproximări; compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a unor fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule.....	36

5.9. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule.....	38
5.10. Înmulțirea fracțiilor zecimale cu un număr finit de zecimale nenule.....	38
5.11. Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală; transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală; periodicitate.....	39
5.12. Împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule la un număr natural nenul; împărțirea a două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule.....	41
5.13. Transformarea unei fracții zecimale periodice în fracție ordinară.....	42
<b>6. Mulțimea numerelor raționale</b> .....	43
6.1. Operații cu numere raționale.....	44
<b>7. Mulțimea numerelor reale</b> .....	45
7.1. Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural; estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional.....	46
7.2. Scoaterea factorilor de sub radical.....	46
7.3. Introducerea factorilor sub radical.....	46
7.4. Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$ .....	46
7.5. Media aritmetică ponderată a $n$ numere reale, $n \geq 2$ .....	46
7.6. Media geometrică a două numere reale pozitive $a$ și $b$ .....	47
<b>8. Calcul algebric</b> .....	47
8.1. Operații cu numere reale reprezentate prin litere (adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere); reducerea termenilor asemenea.....	47
8.2. Formule de calcul prescurtat. Descompuneri în factori.....	48
8.3. Frații algebrice; operații cu acestea (adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere).....	49

<b>9. Ecuații. Inecuații. Sisteme de ecuații.....</b>	<b>50</b>
9.1. Ecuații de forma $ax + b = 0$ , unde $a, b \in \mathbb{R}$ ; mulțimea soluțiilor unei ecuații; ecuații echivalente.....	50
9.2. Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute; rezolvare prin metoda substituției și/sau prin metoda reducerii.....	50
9.3. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații liniare.....	52
9.4. Inecuații de forma $ax + b \geq 0$ ( $\leq, <, >$ ), unde $a, b \in \mathbb{R}$ .....	53
9.5. Ecuații de forma $ax^2 + bx + c = 0$ , unde $a, b, c \in \mathbb{R}$ .....	53
<b>10. Funcții</b> .....	<b>54</b>
10.1. Produsul cartezian a două mulțimi nevide; sistem de axe ortogonale în plan; reprezentarea într-un sistem de axe ortogonale a unor perechi de numere reale; reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale; distanța dintre două puncte din plan.....	54
10.2. Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice.....	55
10.3. Funcții definite pe mulțimi finite, exprimate cu ajutorul unor diagrame, tabele, formule; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului unor funcții numerice. Funcții de forma $f : D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ , unde $a$ și $b$ sunt numere reale și $D$ este o mulțime finită de numere reale sau un interval nedegenerat; interpretare geometrică; lecturi grafice.....	56

**ORGANIZAREA DATELOR, PROBABILITĂȚI ȘI ELEMENTE DE STATISTICĂ MATEMATICĂ**

<b>11. Rapoarte. Proporții.....</b>	<b>60</b>
11.1. Rapoarte; proporții; proprietatea fundamentală a proporțiilor; determinarea unui termen necunoscut dintr-o proporție; proporții derivate.....	60

11.2. Șir de rapoarte egale; mărimi direct proporționale; mărimi invers proporționale; regula de trei simplă.....	61
---	----

**GEOMETRIE**

<b>1. Puncte, drepte, plane, semiplan, semidreaptă, segment.....</b>	<b>64</b>
2. Unități de măsură pentru lungime; unități de măsură pentru arie; unități de măsură pentru volum.....	67
3. Unghiuri.....	68
4. Axioma paralelelor; criteriile de paralelism (unghiuri formate de două drepte paralele cu o secantă).....	72
5. Drepte perpendiculare în plan.....	73
6. Figuri geometrice: triunghiul, patrulaterul convex, cercul, hexagonul regulat.....	75
6.1. Triunghiul.....	75
6.1.1. Linii importante în triunghi.....	77
6.1.2. Congruența triunghiurilor.....	81
6.1.3. Proprietăți ale triunghiului.....	82
6.1.4. Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit.....	87
6.1.5. Segmente proporționale; teorema paralelelor echidistante; teorema lui Thales; reciproca teoremei lui Thales.....	89
6.1.6. Triunghiuri asemenea; criteriile de asemănare a triunghiurilor; teorema fundamentală a asemănării, aplicații: raportul ariilor a două triunghiuri asemenea.....	90
6.2. Patrulaterul convex.....	92
6.2.1. Patrulatere particulare.....	92
6.3. Cercul.....	98

6.3.1. Pozițiile unei drepte față de un cerc; pozițiile relative a două cercuri.....	101
6.4. Hexagonul regulat .....	102
7. Corpuri geometrice.....	103
8. Paralelism .....	106
9. Perpendicularitate .....	110
10. Arii și volume ale unor corpuri geometrice.....	115

## ALGEBRĂ

### 1. Mulțimi

Mulțimea reprezintă o colecție de obiecte bine determinate și distincte numite elementele mulțimii. Mulțimile se notează cu litere mari.

Mulțimea care nu are niciun element se numește **mulțimea vidă** și se notează  $\emptyset$ . Dacă un element  $x$  aparține unei mulțimi  $A$  se notează „ $x \in A$ ”.

Două **mulțimi** sunt **egale** dacă au aceleași elemente.

Dacă toate elementele unei mulțimi  $A$  se găsesc într-o altă mulțime  $B$ , atunci spunem că  **$A$  este inclusă în  $B$**  și notăm „ $A \subset B$ ”.

O **mulțime finită** este o mulțime pentru care numărul elementelor se poate exprima printr-un număr natural. **Cardinalul unei mulțimi finite**  $A$  reprezintă numărul elementelor sale și se notează cu  $cardA$ . Dacă o mulțime nu este finită, atunci este infinită.

#### 1.1. Operații cu mulțimi

**Reuniunea** mulțimilor  $A$  și  $B$ , notată  $A \cup B$ , conține toate elementele celor două mulțimi, scrise o singură dată ( $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$ ).

*Exemplu:*  $A = \{0; 1; 7; 9; 10\}$ ,  $B = \{0; 2; 3\} \Rightarrow$

$$A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 7; 9; 10\}$$

**Intersecția** mulțimilor  $A$  și  $B$ , notată  $A \cap B$ , conține elementele comune celor două mulțimi ( $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}$ ).

*Exemplu:*  $A = \{0; 1; 7; 9; 10\}$ ,  $B = \{0; 2; 3\} \Rightarrow A \cap B = \{0\}$

**Diferența** dintre mulțimea  $A$  și mulțimea  $B$  conține elementele care sunt în mulțimea  $A$  și nu sunt în mulțimea  $B$  ( $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}$ ).

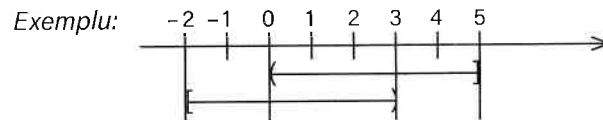
*Exemplu:*  $A = \{0; 1; 7; 9; 10\}$ ,  $B = \{0; 2; 3\} \Rightarrow$   
 $A \setminus B = \{1; 7; 9; 10\}$  și  $B \setminus A = \{2; 3\}$

## 1.2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor; intersecția și reuniunea intervalelor

- $(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$  = interval deschis la stânga și nemărginit la dreapta
- $[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$  = interval închis la stânga și nemărginit la dreapta
- $(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$  = interval deschis la dreapta și nemărginit la stânga
- $(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$  = interval închis la dreapta și nemărginit la stânga
- $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$  = interval deschis
- $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$  = interval închis
- $(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$  = interval deschis la stânga și închis la dreapta
- $[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$  = interval închis la stânga și deschis la dreapta

## Operații cu intervale

- reuniunea intervalelor – conține toate elementele din toate intervalele
- intersecția intervalelor – conține elementele comune tuturor intervalelor



$$(0; 5] \cup [-2; 3] = [-2; 5]; \quad (0; 5] \cap [-2; 3] = (0; 3]$$

## 2. Mulțimea numerelor naturale

$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; \dots\}$  – mulțimea numerelor naturale

$\mathbb{N}^* = \{1; 2; \dots\} = \mathbb{N} \setminus \{0\}$  – mulțimea numerelor naturale nenule

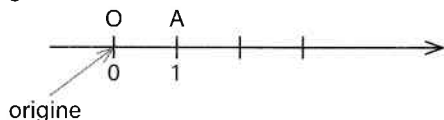
### 2.1. Scrierea și citirea numerelor naturale; reprezentarea pe axa numerelor; compararea și ordonarea numerelor naturale; aproximări, estimări

Tabel de numerație

Clasa miliardelor			Clasa milioaneilor			Clasa miilor			Clasa unităților		
S	Z	U	S	Z	U	S	Z	U	S	Z	U
1	2	5	0	5	0	7	0	0	1	4	5

Exemplu: 125 050 700 145 se citește „o sută douăzeci și cinci de miliarde cincizeci de milioane șapte sute de mii o sută patruzeci și cinci”.

**Axa numerelor** este o dreaptă pe care este fixat un punct  $O$ , numit origine, o unitate de măsură și un sens. Oricărui număr natural îi corespunde un punct pe axa numerelor. Numărul este coordonata punctului respectiv. Punctul  $A$  din figura de mai jos are coordonata 1 (scriem  $A(1)$ ). Originea axei numerelor  $O$  are coordonata 0.



Spunem că numărul natural  $a$  este mai mic decât numărul natural  $b$  și scriem „ $a < b$ ” dacă numărul  $a$  este reprezentat pe axa numerelor mai aproape de origine decât numărul  $b$ .

Aproximarea numerelor naturale se poate face prin lipsă sau prin adaos la zeci, sute, mii etc.

	Aproximare prin lipsă	Numărul	Aproximare prin adaos
la zeci	83 960	83 961	83 970
la sute	83 900	83 961	84 000
la mii	83 000	83 961	84 000

Rotunjirea la zeci (sute, mii etc.) a unui număr natural reprezintă aproximarea (prin lipsă sau prin adaos) cu cea mai apropiată valoare.

## 2.2. Adunarea numerelor naturale, proprietăți; Scăderea numerelor naturale

Adunarea numerelor naturale

$$T_1 + T_2 = S$$

termeni      sumă

Scăderea numerelor naturale

$$D - S = R$$

descăzut   scăzător   rest  
(diferență)

$$T_1 = S - T_2 \text{ și } T_2 = S - T_1$$

$$D = R + S \text{ și } S = D - R$$

**Proprietățile adunării numerelor naturale:**

- Adunarea este **comutativă**:  $a + b = b + a$ , pentru orice numere naturale  $a$  și  $b$ .
- Adunarea este **asociativă**:  $(a + b) + c = a + (b + c)$ , pentru orice numere naturale  $a, b$  și  $c$ .
- Numărul natural **0 este element neutru** la adunare:  $0 + a = a + 0 = a$ , pentru orice număr natural  $a$ .

**Scăderea** numerelor naturale nu este nici asociativă, nici comutativă și nu are nici element neutru. Descăzutul este mai mare sau egal cu scăzătorul.

## 2.3. Înmulțirea numerelor naturale, proprietăți

$$F_1 \cdot F_2 = P$$

factori      produs

### Proprietățile înmulțirii numerelor naturale:

- a) Înmulțirea este **comutativă**:  $a \cdot b = b \cdot a$ , pentru orice numere naturale  $a$  și  $b$ .
- b) Înmulțirea este **asociativă**:  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ , pentru orice numere naturale  $a, b$  și  $c$ .
- c) Numărul natural **1 este element neutru la înmulțire**:  $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$ , pentru orice număr natural  $a$ .
- d) Înmulțirea este **distributivă față de adunare și scădere**:  
 $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$  și  $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$ , pentru orice numere naturale  $a, b$  și  $c$  ( $b \geq c$ , în cazul scăderii)

### 2.4. Factor comun

Dacă fiecare termen al unei adunări sau al unei scăderi este scris ca produs de doi factori și unul dintre factori apare în ambii termeni, atunci acel factor se numește **factor comun**.

$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$  și  $a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$ , pentru orice numere naturale  $a, b$  și  $c$ .

În ambele cazuri, factorul comun este  $a$ .

### 2.5. Împărțirea cu rest a numerelor naturale

**Teorema împărțirii cu rest:**  $D = \hat{I} \cdot C + R$ , unde  $D =$  deîmpărțit,  $\hat{I} =$  împărțitor,  $C =$  cât și  $R =$  rest, cu  $0 \leq R < \hat{I}$ .

Împărțirea nu este nici comutativă, nici asociativă și nu are nici element neutru.

### 2.6. Puterea cu exponent natural a unui număr natural. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factori}}, a \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

↑  
bază

↑  
exponent

Prin definiție,  $a^0 = 1$ , pentru orice număr natural nenul  $a$  și  $a^1 = a$  pentru orice număr natural  $a$ .

Observație:  $0^0$  nu are sens.

**Pătratul numărului natural  $a$  este  $a^2 = a \cdot a$ , iar cubul numărului natural  $a$  este  $a^3 = a \cdot a \cdot a$ .**

Observație: Un număr natural nu poate fi pătratul altui număr natural dacă are ultima cifră 2, 3, 7 sau 8.

**Ultima cifră a unei puteri -  $u(a^n) =$  ultima cifră a lui  $a^n$**  lată cum calculăm ultima cifră a puterii  $2^n$ :

$2^1 = 2$	$2^5 = 32$	{	Deci $u(2^n) =$	}	$2, \text{ dacă } n = 4k + 1$
$2^2 = 4$	$2^6 = 64$				$4, \text{ dacă } n = 4k + 2$
$2^3 = 8$	$2^7 = 128$				$8, \text{ dacă } n = 4k + 3$
$2^4 = 16$	$2^8 = 256$				$6, \text{ dacă } n = 4k$

### Reguli de calcul cu puteri

Pentru orice numere naturale nenule  $a, b, m$  și  $n$  avem:

- a)  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ;
- b)  $a^m : a^n = a^{m-n}$ , pentru  $m \geq n$ ;
- c)  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ ;
- d)  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ ;
- e)  $a^n : b^n = (a : b)^n$ .