Felicia Săndulescu

Memorator de matematică

pentru clasele V-VIII

Booklet

Editura Booklet
www.booklet.ro

Pentru comenzi:
tel: 021 430 30 95
e-mail: comenzi@booklet.ro

Acest material este în conformitate cu programa pentru Evaluarea Națională pentru absolvenții clasei a VIII-a, **în anul școlar 2024-2025**, aprobată prin Ordinul ministrului educației nr. 4.730/2022.

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
SĂNDULESCU, FELICIA
Memorator de matematică pentru clasele V-VIII / Felicia Săndulescu. - București : Booklet, 2024
ISBN 978-630-347-013-9

51

Corectură științifică: Daniela Stoica, Daniela Ciofu
Corectură: Dorina Lipan
Copertă: Mihaela Cojoc
Tehnoredactare: Carmen Dumitrescu

CNI CORESI

Cuprins

ALGEBRĂ

ORGANIZAREA DATELOR, PROBABILITĂȚI ȘI ELEMENTE DE STATISTICĂ MATEMATICĂ

GEOMETRIE

ALGEBRĂ

1. Mulțimi

Mulțimea reprezintă o colecție de obiecte bine determinate și distincte numite elementele mulțimii. Mulțimile se notează cu litere mari.

Mulțimea care nu are niciun element se numește **mulțimea vidă** și se notează $\varnothing$. Dacă un element x aparține unei mulțimi A se notează „$x \in A$".

Două **mulțimi** sunt **egale** dacă au aceleași elemente.

Dacă toate elementele unei mulțimi A se găsesc într-o altă mulțime B, atunci spunem că **A este inclusă în B** și notăm „$A \subset B$".

O mulțime finită este o mulțime pentru care numărul elementelor se poate exprima printr-un număr natural. **Cardinalul unei mulțimi finite** A reprezintă numărul elementelor sale și se notează cu *cardA*. Dacă o mulțime nu este finită, atunci este infinită.

1.1. Operații cu mulțimi

Reuniunea mulțimilor A și B, notată $A \cup B$, conține toate elementele celor două mulțimi, scrise o singură dată ($A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$).

Exemplu: $A = \{0; 1; 7; 9; 10\}$, $B = \{0; 2; 3\} \Rightarrow$

$A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 7; 9; 10\}$

Intersecția mulțimilor A și B, notată $A \cap B$, conține elementele comune celor două mulțimi ($A \cap B = \{x \mid x \in A$ și $x \in B\}$).

Exemplu: $A = \{0; 1; 7; 9; 10\}$, $B = \{0; 2; 3\} \Rightarrow A \cap B = \{0\}$

Diferența dintre mulțimea A și mulțimea B conține elementele care sunt în mulțimea A și nu sunt în mulțimea B ($A \setminus B = \{x \mid x \in A$ și $x \notin B\}$).

Exemplu: $A = \{0; 1; 7; 9; 10\}$, $B = \{0; 2; 3\} \Rightarrow$

$A \setminus B = \{1; 7; 9; 10\}$ și $B \setminus A = \{2; 3\}$

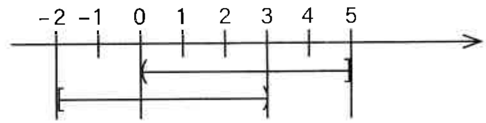
1.2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor; intersecția și reuniunea intervalelor

- $(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$ = interval deschis la stânga și nemărginit la dreapta
- $[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$ = interval închis la stânga și nemărginit la dreapta
- $(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$ = interval deschis la dreapta și nemărginit la stânga
- $(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$ = interval închis la dreapta și nemărginit la stânga
- $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ = interval deschis
- $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ = interval închis
- $(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$ = interval deschis la stânga și închis la dreapta
- $[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ = interval închis la stânga și deschis la dreapta

Operații cu intervale

- reuniunea intervalelor – conține toate elementele din toate intervalele
- intersecția intervalelor – conține elementele comune tuturor intervalelor

Exemplu:



$(0; 5] \cup [-2; 3) = [-2; 5]$; $(0; 5] \cap [-2; 3) = (0; 3)$

2. Mulțimea numerelor naturale

$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; ...\}$ – mulțimea numerelor naturale

$\mathbb{N}^* = \{1; 2; ...\} = \mathbb{N} \setminus \{0\}$ – mulțimea numerelor naturale nenule

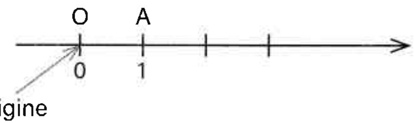
2.1. Scrierea și citirea numerelor naturale; reprezentarea pe axa numerelor; compararea și ordonarea numerelor naturale; aproximări, estimări

Tabel de numerație

Clasa miliardelor			Clasa milioanelor			Clasa miilor			Clasa unităților		
S	Z	U	S	Z	U	S	Z	U	S	Z	U
1	2	5	0	5	0	7	0	0	1	4	5

Exemplu: 125 050 700 145 se citește „o sută douăzeci și cinci de miliarde cincizeci de milioane șapte sute de mii o sută patruzeci și cinci”.

Axa numerelor este o dreaptă pe care este fixat un punct O, numit origine, o unitate de măsură și un sens. Oricărui număr natural îi corespunde un punct pe axa numerelor. Numărul este coordonata punctului respectiv. Punctul A din figura de mai jos are coordonata 1 (scriem A(1)). Originea axei numerelor O are coordonata 0.



Spunem că numărul natural *a* este mai mic decât numărul natural *b* si scriem „$a < b$” dacă numărul *a* este reprezentat pe axa numerelor mai aproape de origine decât numărul *b*.

Aproximarea numerelor naturale se poate face prin lipsă sau prin adaos la zeci, sute, mii etc.

	Aproximare prin lipsă	Numărul	Aproximare prin adaos
la zeci	83 960	83 961	83 970
la sute	83 900	83 961	84 000
la mii	83 000	83 961	84 000

Rotunjirea la zeci (sute, mii etc.) a unui număr natural reprezintă aproximarea (prin lipsă sau prin adaos) cu cea mai apropiată valoare.

2.2. Adunarea numerelor naturale, proprietăți; Scăderea numerelor naturale

Adunarea numerelor naturale

$T_1 + T_2 = S$

termeni sumă

$T_1 = S - T_2$ și $T_2 = S - T_1$

Scăderea numerelor naturale

$D - S = R$

descăzut scăzător rest (diferență)

$D = R + S$ și $S = D - R$

Proprietățile adunării numerelor naturale:

a) Adunarea este **comutativă**: $a + b = b + a$, pentru orice numere naturale *a* și *b*.

b) Adunarea este **asociativă**: $(a + b) + c = a + (b + c)$, pentru orice numere naturale *a*, *b* și *c*.

c) Numărul natural **0 este element neutru** la adunare: $0 + a = a + 0 = a$, pentru orice număr natural *a*.

Scăderea numerelor naturale nu este nici asociativă, nici comutativă și nu are nici element neutru.

Descăzutul este mai mare sau egal cu scăzătorul.

2.3. Înmulțirea numerelor naturale, proprietăți

$F_1 \cdot F_2 = P$

factori produs

Proprietățile înmulțirii numerelor naturale:

a) Înmulțirea este **comutativă**: $a \cdot b = b \cdot a$, pentru orice numere naturale a și b.

b) Înmulțirea este **asociativă**: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$, pentru orice numere naturale a, b și c.

c) Numărul natural **1 este element neutru la înmulțire**: $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$, pentru orice număr natural a.

d) Înmulțirea este **distributivă față de adunare și scădere**:

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ și $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$, pentru orice numere naturale a, b și c ($b \geq c$, în cazul scăderii)

2.4. Factor comun

Dacă fiecare termen al unei adunări sau al unei scăderi este scris ca produs de doi factori și unul dintre factori apare în ambii termeni, atunci acel factor se numește **factor comun.**

$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$ și $a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$, pentru orice numere naturale a, b și c.

În ambele cazuri, factorul comun este a.

2.5. Împărțirea cu rest a numerelor naturale

Teorema împărțirii cu rest: $D = Î \cdot C + R$, unde D = deîmpărțit, $Î$ = împărțitor, C = cât și R = rest, cu $0 \leq R < Î$.

Împărțirea nu este nici comutativă, nici asociativă și nu are nici element neutru.

2.6. Puterea cu exponent natural a unui număr natural. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor

exponent

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ factori}},\ a \in \mathbb{N},\ n \in \mathbb{N},\ n \geq 2$$

bază

Prin definiție, $a^0 = 1$, pentru orice număr natural nenul a și $a^1 = a$ pentru orice număr natural a.

Observație: 0^0 nu are sens.

Pătratul numărului natural a este $a^2 = a \cdot a$, iar cubul numărului natural a este $a^3 = a \cdot a \cdot a$.

Observație: Un număr natural nu poate fi pătratul altui număr natural dacă are ultima cifră 2, 3, 7 sau 8.

Ultima cifră a unei puteri – $u(a^n)$ = ultima cifră a lui a^n

Iată cum calculăm ultima cifră a puterii 2^n:

$2^1 = 2$ $2^5 = 32$

$2^2 = 4$ $2^6 = 64$

$2^3 = 8$ $2^7 = 128$

$2^4 = 16$ $2^8 = 256$

$$\text{Deci } u(2^n) = \begin{cases} 2, \text{ dacă } n = 4k + 1 \\ 4, \text{ dacă } n = 4k + 2 \\ 8, \text{ dacă } n = 4k + 3 \\ 6, \text{ dacă } n = 4k \end{cases}$$

Reguli de calcul cu puteri

Pentru orice numere naturale nenule a, b, m și n avem:

a) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$;

b) $a^m : a^n = a^{m-n}$, pentru $m \geq n$;

c) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$;

d) $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$;

e) $a^n : b^n = (a : b)^n$.